

# PEMODELAN MATEMATIKA UNTUK OPTIMASI PEMELIHARAAN/PRODUKSI KOMPONEN INDUSTRI (SEBUAH KAJIAN)

Aprilia Sakti K.  
[aprilias@gmail.com](mailto:aprilias@gmail.com)

## Abstrak

Komponen kritis dalam industri jika tidak diatur secara cermat akan menimbulkan pembengkakan biaya dan kekacauan keadaan. Duffuaa dan Raouf (1989) memberikan pemodelan matematika yang pada tulisan ini dijadikan dasar kajian. Pertama-tama akan dipaparkan definisi dan rumus yang digunakan untuk meminimalkan biaya pemeliharaan/produksi  $E(tc)|_{j=n}$ . Kedua akan dipaparkan definisi dan rumus untuk meminimalkan peluang kegagalan  $\overline{PG}(n)$ . Ketiga akan dipaparkan langkah-langkah (dalam algoritma) untuk mengoptimalkan minimasi keduanya dengan batas-batas yang dikehendaki ( $\alpha$  dan  $\beta$ ), sehingga pemodelan dapat digunakan sesuai dengan kebutuhan.

## I. PENDAHULUAN

Industri dapat dipandang sebagai kumpulan proses yang mengolah suatu *input* (masukan) dengan fungsi dari proses itu sendiri dan menghasilkan suatu *output* (keluaran). Kompleksitas dalam proses produksi maupun pemeliharaan pada sebuah industri, membutuhkan perencanaan dan perhitungan yang tepat untuk mencapai efektifitas maksimum. Ini menjadi sangat penting ketika subyeknya adalah komponen industri kritis. Dalam hal ini, komponen industri kritis adalah komponen industri yang kegagalan komponennya akan mengakibatkan pembengkakan biaya dan kekacauan keadaan.

Tujuan dari optimasi ini secara umum adalah untuk meminimalkan biaya produksi/pemeliharaan, memastikan bahwa produk selalu tersedia pada saat dibutuhkan, memastikan bahwa tenaga kerja/ahli selalu tersedia pada waktu dibutuhkan, dan memastikan bahwa produk memenuhi standar kualitas dan keamanan yang diinginkan.

Optimasi yang akan dibahas pada tulisan ini meliputi dua hal, yaitu :

- minimalisasi biaya produksi/pemeliharaan
- minimalisasi peluang kegagalan

## II. DEFINISI

Proses produksi/pemeliharaan yang akan diperlakukan oleh pemodelan ini adalah proses yang dilakukan dalam beberapa siklus secara bertahap. Dalam industri yang melakukan produksi, hal ini digambarkan sebagai proses pemeriksaan berulang apakah suatu elemen industri memenuhi standar kualitas yang diinginkan, mulai dari input bahan baku, setiap langkah dalam proses pembuatan produk, sampai pemeriksaan terakhir sebelum distribusi ke pasar.

Sedangkan pada industri pemeliharaan, misalnya pemeliharaan pesawat terbang yang dilakukan dalam beberapa siklus. Pemeriksaan perlu dijadwalkan secara teliti dan terencana dengan baik supaya memenuhi tujuan optimasi. Keadaan menjadi sangat penting dan genting jika pesawat yang dimaksud adalah pesawat tempur dalam keadaan perang. Pemeriksaan dilakukan dalam beberapa jenis siklus mulai dari yang paling mudah dan cepat, ke tahap yang lebih sulit

sampai ke yang paling sulit (overhaul). Jenis-jenis pemeriksaan ini dapat kita ambil sebagai siklus dalam pemeriksaan berulang yang akan dimodelkan dalam tulisan ini.

Kegagalan produksi adalah jika keadaan produk/material tidak sesuai dengan standar yang diharapkan. Kesalahan kegagalan adalah kesalahan (*error*) yang mungkin terjadi dalam setiap tahap pemeriksaan. Kesalahan ini meliputi dua tipe yaitu kesalahan pengukuran tipe I dan tipe II. Tipe I adalah jika bahan/produk tidak gagal dikelompokkan dalam bahan/produk gagal. Sedangkan Tipe II adalah jika bahan/produk gagal dikelompokkan dalam bahan/produk tidak gagal.

Dari batasan masalah di atas, pembahasan akan dimulai dari pendefinisian dua variabel tak bebas yaitu biaya produksi dan peluang kegagalan. Ukuran kualitas dalam proses pemeriksaan akan dinyatakan sebagai peluang, sehingga biaya produksi dinyatakan dalam Ekspektasi Biaya Produksi. Sedangkan peluang kegagalan akhir merupakan kombinasi dari peluang kegagalan pada masing-masing tahap pemeriksaan.

### III. PEMODELAN UNTUK PEMERIKSAAN BERULANG

Pemeriksaan bertahap, secara bagan digambarkan di Gambar 1. Satu produk yang akan diperiksa dapat terdiri dari beberapa bagian, yang masing-masing bagian dapat terdiri dari beberapa obyek pemeriksaan yang disebut sebagai karakteristik pemeriksaan. Sehingga dalam satu siklus pemeriksaan terdapat cabang untuk masing-masing karakteristik ini.

Sebagai contoh kasus pada kajian ini adalah pada pemeliharaan pesawat terbang . Sebuah pesawat secara rutin sudah mempunyai jadwal pemeriksaan yang tertentu menurut jam terbang atau siklus

terbangnya, misalnya setiap  $P$  jam terbang. Pemeriksaan setiap jam terbang ini katakanlah sebagai siklus. Setiap siklus mempunyai jumlah dan jenis tahap pemeriksaan yang bisa saja berbeda-beda. Misalkan pada  $P$  jam terbang pertama jumlah komponen yang diperiksa  $N_1$  buah, yang berarti pada siklus pertama akan dilakukan  $N_1$  tahap pemeriksaan. Jumlah komponen yang diperiksa dalam sebuah siklus pemeriksaan juga disebut sebagai karakteristik pada pemodelan yang Pada siklus kedua, ketiga sampai ke- $n$  masing-masing mempunyai jumlah tahap yang pemeriksaan  $N_2, N_3$  dan  $N_n$ .

Tabel 1. memberikan ilustrasi mengenai karakteristik pada tiap-tiap bagian yang diperiksa untuk satu produk pemeliharaan, dalam hal ini pesawat terbang.

**Tabel 1.** Contoh pesawat terbang militer dengan bagian-bagian yang diperiksa terdiri dari beberapa karakteristik (tidak dituliskan semuanya)

NO	BAGIAN	KOMPONEN
1	Hidrolik	Kendali
		Flap
		Landing gear
		...
2	Elektrik	...
3	Environment	...
4	Instrumen	...
5	Comunication& Navigation	...
6	Engine	...
7	Armament	...
8	Radar	...
9	Alat Keselamatan Terbang	...
10	Air Plane General	...

Pada pemeriksaan siklus pertama tahap pertama (untuk karakteristik ke- $i$ ), peluang kegagalan dituliskan sebagai :

$$P_i(1) = P_i \dots \dots \dots (1)$$

Untuk tahap kedua

$$P_i(2) = \frac{P_i P_{2i}}{[P_i P_{2i} + (1 - P_i)(1 - P_{1i})]} \dots \dots (2)$$

Dapat dibuktikan bahwa untuk setiap pemeriksaan siklus ke- $j$ , berlaku

$$P_i(j) = \frac{P_i(j-1)P_{2i}}{P_i(j-1)P_{2i} + (1-P_i(j-1))(1-P_{1i})} \dots \dots (3)$$

Dari sini terlihat akan adanya perubahan nilai peluang pada setiap siklus pemeriksaan untuk satu karakteristik komponen yang sama.

Jika tingkat mutu (kualitas) direpresentasikan sebagai peluang ketidagagalan, maka peluang ketidagagalan suatu komponen untuk  $N$  tahap pemeriksaan

$$PG = \prod_{i=1}^N (1 - P_i) \dots \dots (4)$$

merepresentasikan kualitas dari komponen tersebut.

Faktor kedua yang sebagai bagian dari fungsi obyektif adalah biaya. Karena perhitungan merupakan prediksi untuk menyusun perencanaan, maka nilai biaya yang akan dihitung adalah nilai ekspektasi yang bergantung pada peluang.

Nilai ekspektasi biaya jika sama sekali tidak dilakukan inspeksi dirumuskan sebagai

$$E(tc)|_{j=0} = C_a(1 - PG) \dots \dots (5)$$

Yang melibatkan kesalahan tipe I, yaitu kesalahan komponen gagal yang diklaim sebagai komponen lulus.  $C_a$  adalah biaya yang harus dikeluarkan akibat kesalahan tipe ini.

Nilai ekspektasi biaya yang diperlukan jika memenuhi  $N$  tahap pemeriksaan dituliskan sebagai

$$E(tc)|_{j=n} = \frac{[TCFA+TCFR+TCI]}{TA} \dots (6)$$

di mana

TCFA : biaya total akibat kesalahan tipe I

TCFR : biaya total akibat kesalahan tipe II

TCI : biaya total pemeriksaan

TA : jumlah total komponen yang lulus

#### IV. OPTIMASI

Dalam industri tertentu sangat dibutuhkan optimasi biaya dengan memomorduakan minimalisasi peluang kegagalan. Contoh kasus ini adalah industri yang sangat besar, sehingga kesalahan-kesalahan tiap tahap pemeriksaannya (TCFA dan TCFR) dianggap cukup kecil dibandingkan dengan total pemeriksaan. Optimasi yang dilakukan hanya satu sisi saja, yaitu biaya.

Sedangkan dalam industri lain sangat dibutuhkan minimalisasi peluang kegagalan dengan memomorduakan minimalisasi biaya. Industri seperti ini biasanya tidak mentolerir sedikitpun kesalahan, misalnya seperti Pembangkit Listrik Tenaga Nuklir, peluncuran pesawat angkasa luar, dan misi dalam keadaan perang.

Dalam tulisan ini akan dipaparkan optimasi dari keduanya. Bagaimana akan dibuat suatu proses produksi atau pemeliharaan dengan pemeriksaan bertahap yang meminimalisasi pengeluaran biaya sekaligus meminimalisasi peluang kegagalan. Contoh yang tepat untuk tipe ini adalah industri pesawat terbang. Industri ini pada dasarnya tidak mentolerir kegagalan karena menyangkut keselamatan penumpang, tetapi tentu industri ini juga sangat membutuhkan minimalisasi biaya, karena berkaitan dengan profit perusahaan.

Untuk ini perlu diambil suatu nilai sebagai batas optimasi yang diinginkan. Disebutkan  $\alpha$  dan  $\beta$  berturut-turut sebagai batas nilai biaya maksimum dan batas nilai peluang kegagalan maksimum.

$$E(tc)|_n \leq \alpha \dots \dots (7)$$

$$PG(n) \leq \beta \dots \dots (8)$$

di mana  $n$  adalah jumlah siklus inspeksi yang optimal.

Langkah-langkah optimasi akan dipaparkan dalam algoritma di bawah ini

#### Langkah 1

Tentukan PG dan E dari persamaan (4) dan (5), kemudian set  $j=1$

#### Langkah 2

Hitung untuk  $i=1,2, \dots, N$

$P_i(j)$  dengan Pers.3

$PG(j) = \prod_{i=1}^N (1 - P_i(j))$  yang diturunkan dari Pers.4

$$PG_{N,j} = PG \prod_{i=1}^{N-j} \left[ \frac{(1-P_{ji})}{P_i(2i+(1-P_i)(1-P_{ji}))} \right]$$

$$FA_{N,j} = M_1 \prod_{i=1}^{N-j} [P_i P_{2i} + (1 - P_i)(1 - P_{1i})] \times [P_N P_{2N} + (1 - PG_{N,1} - P_N)(1 - P_{1N})]$$

$$CA_{N,j} = M_j PG \prod_{i=1}^N (1 - P_{ji})$$

$$A(j) = FA_{N,1} + CA_{N,1}$$

jumlah komponen yang lulus uji pada siklus  $j$

$$R_{i,n} = P_i(n)(1 - P_{2i}) + (1 - P_i(n))P_{1i}$$

$\frac{C_i}{R_{i,j}}$ , di mana  $C_i$  adalah biaya pemeriksaan

Urutkan rasio  $\frac{C_i}{R_{i,j}}$  dari besar ke kecil, ini adalah nilai optimal untuk siklus  $j$

#### Langkah 3

Urutkan kembali peluang  $P_i, P_{1,i}, P_{2,i}$  dan biaya pemeriksaan bersesuaian dengan nilai optimal seperti pada Langkah 2.

#### Langkah 4

Hitung

$A(j)$  (seperti pada Langkah 2)

$$FR_{N,1} = M_1 PG \prod_{i=1}^{N-1} (1 - P_{1i}) P_{1N}$$

$$CFR(j) = C_r \sum_{i=1}^N (FR_{i,1})$$

$$CFA(j) = C_a (FA_{N,1})$$

$$CI(j) = \sum_{i=1}^N C_i M_{i,1}$$

#### Langkah 5

Hitung TCFR, TCFA, TCI, TA

#### Langkah 6

Hitung  $E(tc)|_{j=n}$  dengan persamaan (6)

#### Langkah 7

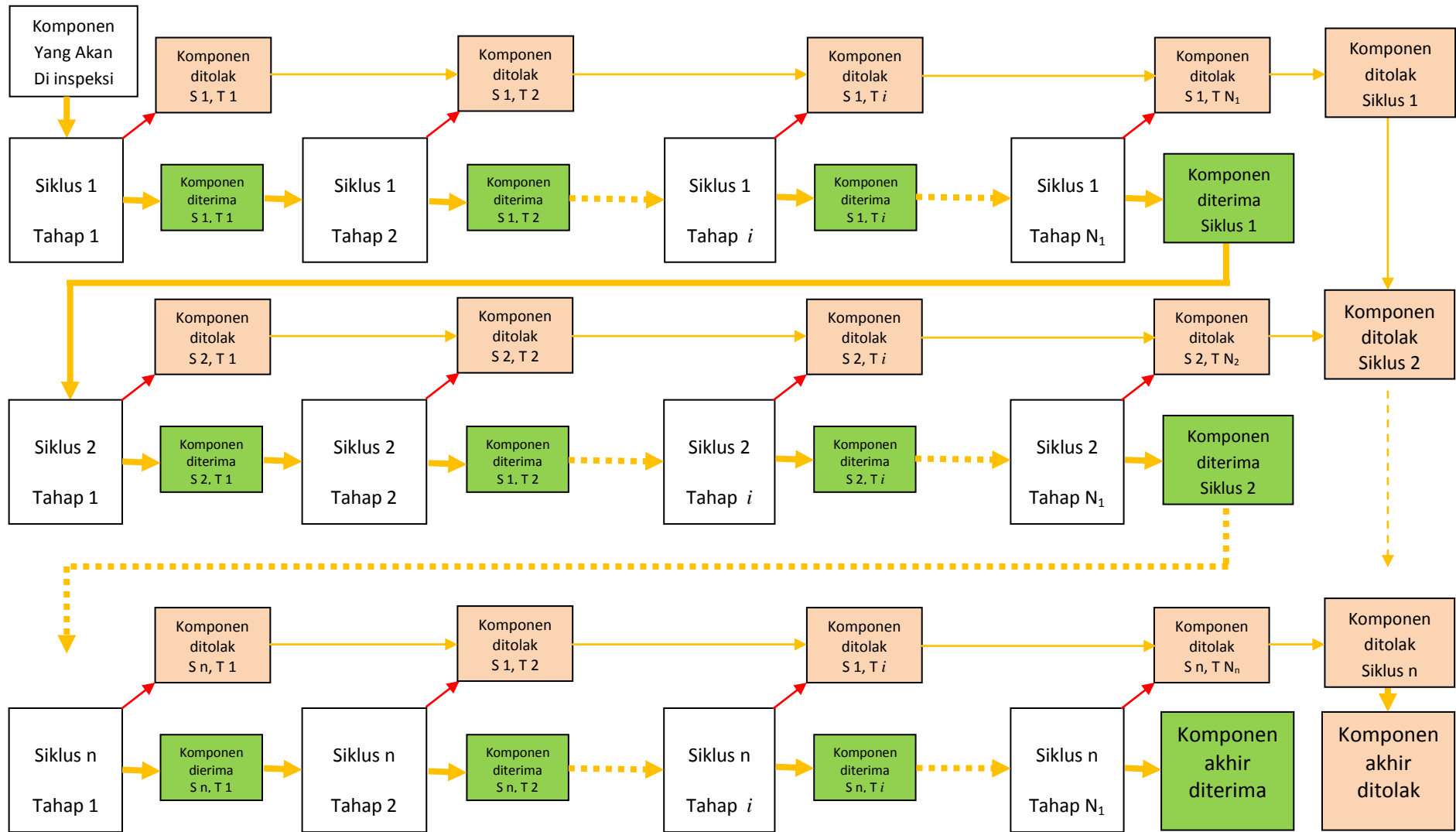
Jika pers (7) dan (8) dipenuhi, STOP, jika tidak ulangi Langkah 1 – 6 sampai persamaan (7) dan (8) terpenuhi.

### V. KESIMPULAN

Dalam perindustrian tertentu, misalnya perawatan pesawat terbang seperti yang dicontohkan dalam tulisan ini, minimalisasi biaya dan peluang kegagalan tidak dapat dipisahkan. Algoritma di atas yang pertama kali disusun dalam [1] akan membantu dalam pengaturan jadwal, jam kerja dan tenaga kerja sehingga tidak menghambat operasional dan pemeliharaan yang akan mengakibatkan membengkaknya biaya pemeliharaan itu sendiri dan naiknya peluang kegagalan.

## VI. REFERENSI

- [1] Duffuuaa, S.O. , Raouf, A. Mathematical Optimization Models for Multicharacteristic Repeat Inspections, Appl.Math.Modelling, Vol.13, Saudi Arabia, 1989
  
- [2] Duffuuaa, S.O. , Raouf, A., Campbell, J.D., Planning and Control of Maintenance Systems, John Wiley & Sons, Canada, 1999
  
- [3] Edy Suwondo, LCC-OPS Life Cycle Cost Application in Aircraft Operation, ITB, Bandung. 2007



Gambar 1. Rancangan Inspeksi Berulang Sebanyak  $n$  Siklus Dengan Masing-Masing Siklus Terdiri Dari  $N_j$  Tahap ( $j$  adalah indeks untuk siklus,  $i$  adalah indeks untuk tahap)